

## Exercícios 1 Análise Combinatória



### 1. Números naturais

- (a)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$  O conjunto dos números naturais termina no 10,

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots, 10\} \quad (2)$$

- (b)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$  O conjunto dos números naturais é infinito, mas tem um primeiro elemento: zero

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots, \} \quad (3)$$

- (c)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$  Existe uma operação natural do conjunto dos números naturais, sucessor, notação: suc()

- $\text{suc}(0) = 1$
- $\text{suc}(10) = 11$

- (d)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$  Existe uma operação natural do conjunto dos números naturais, antecessor, notação: -suc().

- $-\text{suc}(1) = 0$
- $-\text{suc}(0) = -1$

- (e)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$  Existe uma operação natural do conjunto dos números naturais, antecessor, notação: -suc(). mas ela não está definida para o zero, ou seja,  $-\text{suc}(0)$  não está definida. “Não estar definida” acontece com outras operações, como a divisão, se você digitar num calculadora  $1/0$  vai aparecer no visor um indicativo de erro.

### 2. Números naturais

- (a)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$  0 ⊂  $\mathbf{N}$ .

- (b)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$  0 ∈  $\mathbf{N}$ .

- (c)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$  -1 ∈  $\mathbf{N}$ .

- (d)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$  -1 ∉  $\mathbf{N}$ .

- (e)  $\underline{(V)}/\underline{(F)}/\underline{}$   $\mathbf{N} \ni 3; \mathbf{N} \ni 3 \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

é um conjunto infinito e as reticências indicam isto.

Leia mais, na página da disciplina, o primeiro capítulo do livro texto, *Introdução à Matemática Universitária*. Mas não leia todo o capítulo, pare no primeiro bloco de exercícios e tente fazer estes primeiros exercícios. Depois retorne ao trabalho com esta lista.

**palavras chave:** Conjuntos, Números, Probabilidade.

Matemática Aplicada  
Análise Combinatória  
prof. Praciiano-Pereira, T.  
alun@:  
Lista numero 1  
tarcisio@sobralmatematica.org  
Sobral Matemática

12 de agosto de 2015      Instituto Alencarina  
Produzido com LATEX      sis. op. Debian/GNU/Linux  
[www.fundamentos.sobralmatematica.org/](http://www.fundamentos.sobralmatematica.org/)

Se entregar em papel, por favor, prenda esta *folha de rosto* na solução desta lista, preenchendo seu nome. Ela será usada na correção.

**objetivo:** probabilidade e eventos . Conjuntos tendo em vista a Análise Combinatória Simples. Para calcular probabilidades de eventos preciso saber quantos elementos os eventos têm e isto quer dizer saber quantos elementos tem um subconjunto. As relações lógicas são um auxiliar neste objetivo.

Elementos e conjuntos são as duas ideias iniciais que não definimos. Existem uma sintaxe para uso destes dois conceitos:

- pertence,  $\in$ ,  $\ni$ ,  $\notin$ ,  $\not\ni$ .
- subconjunto  $\subset$ ,  $\supset$ ,  $\not\subset$ .

Com estes símbolos farei as primeiras frases desta lista. Os conjuntos podem de ser números ou de outros objetos. Mas como estamos estudando Matemática, vou insistir com os conjuntos numéricos para entrar logo no nosso objetivo.

O conjunto dos números naturais,

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots\} \quad (1)$$

3. operações com conjuntos

- (a)  $\underline{(V) \cap (F)}$  Se  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  então
- (b)  $\underline{(V) \cup (F)}$   $N \subset \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \subset N$
- (c)  $\underline{(V) \cap (F)}$   $N \supset \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- (d)  $\underline{(V) \cup (F)}$  O conjunto

$$2N = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\} \quad (4)$$

é o conjunto dos números pares e  $2N \subset N$

- (e)  $\underline{(V) \cap (F)}$  O conjunto

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\} \quad (5)$$

é o conjunto dos números primos e  $P \subset N$

4. operações com conjuntos

As operações mais comuns entre conjuntos são

$$\cap, \cup, \times, ()^c$$

chamadas, respectivamente, intersecção, união, produto cartesiano e complemento.

A operação  $()^c$  precisa dum “predicativo”, indicando em relação a quem o complemento está sendo calculado. Aqui o universo é o conjunto dos números naturais eu vou escrever

$$()^c_N \quad (7)$$

Considere neste item os seguintes conjuntos:

$$\begin{aligned} A &= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ o conjunto dos algarismos decimais} & (8) \\ P &= 2N \text{ o conjunto dos números pares} & (9) \\ 2P + 1 &\text{ o conjunto dos números ímpares} & (10) \\ \mathcal{P} &\text{ o conjunto dos números primos} & (11) \end{aligned}$$

- (a)  $\underline{(V) \cap (F)}$  Se  $2N$  representar o conjunto dos números pares, então  $(2N)^c_N$  é o conjunto dos números primos  $\mathcal{P}$ .

- (b)  $\underline{(V) \cap (F)}$   $2N$  representar o conjunto dos números pares, então  $(2N)^c_N = P + 1$ ,  $P + 1$  é o conjunto dos números ímpares.
- (c)  $\underline{(V) \cap (F)}$  Se  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  então

$$A^c_N = \{x; x \in N; x > 10\} \quad (12)$$

(d)  $\underline{(V) \cap (F)}$  Se  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  então

$$A^c_N = \{x; x \in N; x \geq 10\} \quad (13)$$

- (e)  $\underline{(V) \cap (F)}$  Se  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  então

$$(A)^c_N = \{x; x \in N; x < 10\} \quad (14)$$

5. operações com conjuntos

Considere

$$A = \{x; x \in N; x < 10\}; \quad (15)$$

$$B = \{x; x \in N; x > 5\} = \{6, 7, 8, \dots\}; \quad (16)$$

$$(a) \underline{(V) \cap (F)}$$
  $5 \in B$

$$(b) \underline{(V) \cap (F)}$$
 O conjunto  $B$  tem 5 elementos.

$$(c) \underline{(V) \cap (F)}$$
 Os conjuntos  $A, B$  são conjuntos finitos.

$$(d) \underline{(V) \cap (F)}$$
  $A \cap B = \{x \in N; 5 \leq x \leq 10\}$

$$(e) \underline{(V) \cap (F)}$$
  $A \cap B = \{x \in N; 6 \leq x \leq 9\}$

6. propriedade das operações com conjuntos Considere os conjuntos assim definidos

$$A = \{x; x \in N; x < 10\}; \quad (17)$$

$$B = \{x; x \in N; x > 5\}; \quad (18)$$

$$\mathcal{P}_{30} = \{x; x \text{ é primo}; x < 30\} \quad (19)$$

$$(a) \underline{(V) \cap (F)}$$
  $A \cap \mathcal{P}_{30} = \{7, 9, 13, 17, 19, 23, 29\};$

$$(b) \underline{(V) \cap (F)}$$
  $A \cap \mathcal{P}_{30} = \{2, 3, 5, 7\}.$

$$(c) \underline{(V) \cap (F)}$$
  $B \cap \mathcal{P}_{30} = \{7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\};$

$$(d) \underline{(V) \cap (F)}$$
  $N \cap \mathcal{P}_{30} = \mathcal{P}_{30};$

$$(e) \underline{(V) \cap (F)}$$
  $A \cap B = B \cap A = \{6, 7, 8, 9\}$

7. propriedade das operações com conjuntos

$$A = \{x; x \in N; x \leq 9\}; \quad (20)$$

$$B = \{x; x \in N; x > 5\}; \quad (21)$$

$$\mathcal{P}_{30} = \{x; x \text{ é primo}; x < 30\}; \quad (22)$$

$$P = 2N = \{x; x \in N; x \text{ é par}\}; \quad (23)$$

$$P + 1 = 2N + 1 = \{x; x \in N; x \text{ é ímpar}\}; \quad (24)$$

$$(a) \underline{(V) \cap (F)}$$
  $2N \cap 2N + 1 = N$

- (b)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(2N \cup 2N + 1)} = N$   
(c)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(2N \cap 2N + 1)} = \{\} = \emptyset$  é o conjunto vazio.  
(d)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(P_{30} \cap A)} \cap B = A \cap B$   
(e)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(P_{30} \cap A)} \cap B = \{x; x \text{ é primo}; 5 < x < 10\} = \{7\}$  é um conjunto unitário.

#### 8. Análise Combinatória



- (b)  $A = \{x; x \in N; x \leq 9\};$  (25)  
(c)  $B = \{x; x \in N; x > 5\};$  (26)  
(d)  $\mathcal{P}_{30} = \{x; x \text{ é primo}; x < 30\};$  (27)  
(e)  $P = 2N = \{x; x \in N; x \text{ é par}\};$  (28)  
 $P + 1 = 2N + 1 = \{x; x \in N; x \text{ é ímpar}\};$  (29)

A figura (fig. 1), página 5, contém as 16 primeiras linhas do chamado Triângulo de Pascal que parece que já era conhecido dos chineses há seis mil anos atrás.

- (a)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(O)}$  conjunto B tem 14 subconjuntos unitários.

- (b)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(O)}$  conjunto A tem 45 subconjuntos com dois elementos e isto corresponde a  $C_{10}^2$

- (c)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(O)}$  conjunto A tem 252 subconjuntos com cinco elementos e isto corresponde a  $C_{10}^5$

- (d)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(O)}$  conjunto  $\mathcal{P}_{30}$  tem mais de 120 subconjuntos com sete elementos e esta mesma quantidade de subconjuntos com 3 elementos.

- (e)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(O)}$  conjunto  $\mathcal{P}_{30}$  tem  $C_3^{10}$  conjuntos com 3 elementos, elas representariam todas as combinações de números primos, tomados 3-a-3, menores que 30.

9. Análise Combinatória Considerando o texto da questão na figura (fig. 2), página 7. Se o número TOTAL for 64, a criança designada para procurar as demais é

- (a)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(Ana)}$   
(b)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(Beatriz)}$   
(c)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(Carlos)}$   
(d)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(Davi)}$   
(e)  $\underline{(V)}/\underline{J(F)}/\underline{J(Eduardo)}$

Figura 1: Triângulo de Pascal

*10. Análise Combinatória*

Considere os seguintes conjuntos:

$$M = \{\}, N = \{\{\}\}, Q = \{0\} \quad (30)$$

- (a)  $\underline{(V)(F)} M = N$
- (b)  $\underline{(V)(F)} M \subset N$
- (c)  $\underline{(V)(F)} Os conjuntos N, Q são conjuntos unitários.$
- (d)  $\underline{(V)(F)} M \subset Q$
- (e)  $\underline{(V)(F)} N \subset Q$

**Enade 2014 questão 18**

Em uma festa infantil, um grupo de 7 crianças — Ana, Beatriz, Carlos, Davi, Eduardo, Fernanda e Gabriela — reuniu-se próximo a uma mesa para brincar de “esconder esconde”, um jogo no qual uma criança é separada dos demais, que procuraram locais para se esconder, sem que a escolhida as veja, pois essa tentará encontrá-las após algum tempo estabelecido previamente. Assim, era necessário escolher qual delas seria aquela que iria procurar todas as outras.

Para efetuar essa escolha, as crianças se dispuseram em um círculo na mesma ordem descrita anteriormente e, simultaneamente, mostraram um número de dedos das mãos. Os números de dedos mostrados foram somados, resultando em uma quantidade que varia entre 1 até o TOTAL. Ana começou a contar de 1 até o TOTAL, e, a cada número dito, apontava para uma criança da seguinte forma: 1 - Ana, 2 - Beatriz, 3 - Carlos, 4 - Davi, e assim por diante. Quando chegasse ao número TOTAL, a criança correspondente a esse número seria aquela que iria procurar as demais.

*11. Análise Combinatória*

$$(a) \underline{(V)(F)}$$

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7
$11^k =$	1	11	121	1331	14641	161051	1771561	1948711

- (b)  $\underline{(V)(F)} As potências de 11 podem ser lidas ao longo das linhas do Triângulo de Pascal.$
- (c)  $\underline{(V)(F)} As potências de 11 podem ser lidas ao longo das linhas do Triângulo de Pascal se aplicarmos a regra de passagem para a casa seguinte da aritmética.$
- (d)  $\underline{(V)(F)} As potências de (a + 1) podem ser deduzidas das linhas do Triângulo de Pascal, por exemplo$

$$(a + 1)^2 = 1 * a^2 + 2 * a + 1 * a^0$$

- (e)  $\underline{(V)(F)} As potências de (a + 1) podem ser deduzidas das linhas do Triângulo de Pascal, por exemplo$

$$(a + 1)^3 = 1 * a^3 + 3 * a^2 + 3 * a + 1 * a^0$$

Figura 2: Uma questão do ENADE 2014