Matemática Aplicada	**Lista numero 1**
Análise Combinatória	tarcisio@sobralmatematica.org
prof. Praciano-Pereira, T.	**Sobral Matemática**

alun@:

12 de agosto de 2015	**Instituto Alencarina**
Produzido com LaTeX	sis. op. Debian/GNU/Linux
	`www.fundamentos.sobralmatematica.org/`

Se entregar em papel, por favor, prenda esta *folha de rosto* na solução desta lista, preenchendo seu nome. Ela será usada na correção.

objetivo: probabilidade e eventos . Conjuntos tendo em vista a Análise Combinatória Simples. Para calcular probabilidades de eventos preciso saber quantos elementos os eventos tem e isto quer dizer saber quantos elementos tem um subconjunto. As relações lógicas são um auxiliar neste objetivo.

Elementos e conjuntos são as duas ideias iniciais que não definimos. Existe uma sintaxe para uso destes dois conceitos:

- pertence, $\in$, $\ni$, $\notin$, $\not\ni$;
- subconjunto $\subset$, $\supset$, $\not\subset$, $\not\supset$.

Com estes símbolos farei as primeiras frases desta lista. Os conjuntos podem de ser números ou de outros objetos. Mas como estamos estudando Matemática, vou insistir com os conjuntos numéricos para entrar logo no nosso objetivo.

O conjunto dos números naturais,

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots\} \tag{1}$$

é um conjunto infinito e as reticências indicam isto.

Leia mais, na página da disciplina, o primeiro capitulo do livro texto, *Introdução à Matemática Universitária*. Mas não leia todo o capítulo, pare no primeiro bloco de exercícios e tente fazer estes primeiros exercícios. Depois retorne ao trabalho com esta lista.

palavras chave: Conjuntos, Números, Probabilidade.

Exercícios 1 *Análise Combinatória*

1. *Números naturais*

   (a) *(V)[ ](F)[ ] O conjunto dos números naturais termina no 10,*

   $$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \ldots, 10\} \tag{2}$$

   (b) *(V)[ ](F)[ ] O conjunto dos números naturais é infinito, mas tem um primeiro elemento: zero*

   $$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \ldots, \} \tag{3}$$

   (c) *(V)[ ](F)[ ] Existe uma operação natural do conjunto dos números naturais,* sucessor, *notação: suc().*

   - $suc(0) = 1$
   - $suc(10) = 11$

   (d) *(V)[ ](F)[ ] Existe uma operação natural do conjunto dos números naturais,* antecessor, *notação: -suc().*

   - $-suc(1) = 0$
   - $-suc(0) = -1$

   (e) *(V)[ ](F)[ ] Existe uma operação natural do conjunto dos números naturais,* antecessor, *notação: -suc(). mas ela não está definida para o zero, ou seja, $-suc(0)$ não está definida. "Não estar definido" acontece com outras operações, como a divisão, se você digitar num calculadora $1/0$ vai aparecer no visor um indicativo de erro.*

2. *Números naturais*

   (a) *(V)[ ](F)[ ]* $0 \subset \mathbf{N}$.

   (b) *(V)[ ](F)[ ]* $0 \in \mathbf{N}$.

   (c) *(V)[ ](F)[ ]* $-1 \in \mathbf{N}$.

   (d) *(V)[ ](F)[ ]* $-1 \notin \mathbf{N}$.

   (e) *(V)[ ](F)[ ]* $\mathbf{N} \ni 3; \mathbf{N} \supset \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

3. operações com conjuntos

(a) (V)[ ](F)[ ] $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} \subset \mathbf{N}$

(b) (V)[ ](F)[ ] $\mathbf{N} \subset \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

(c) (V)[ ](F)[ ] $\mathbf{N} \supset \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

(d) (V)[ ](F)[ ] *O conjunto*

$$2\mathbf{N} = \{0,2,4,6,8,\dots\} \tag{4}$$

é o conjunto dos números pares e $2\mathbf{N} \subset \mathbf{N}$

(e) (V)[ ](F)[ ] *O conjunto*

$$P = \{2,3,5,7,11,13,17,\dots\} \tag{5}$$

é o conjunto dos números primos e $P \subset \mathbf{N}$

4. operações com conjuntos

As operações mais comuns entre conjuntos são

$$\cap, \cup, \times, ()^{c} \tag{6}$$

chamadas, respectivamente, interseção, união, produto cartesiano e complemento.

A operação $()^{c}$ *precisa dum "predicativo", indicando em relação a quem o complemento está sendo calculado. Aqui o universo é o conjunto dos números naturais eu vou escrever*

$$()^{c}_{\mathbf{N}} \tag{7}$$

Considere neste item os seguintes conjuntos:

$$A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \text{ o conjunto dos algarismos decimais} \tag{8}$$
$$P = 2\mathbf{N} \text{ o conjunto dos números pares} \tag{9}$$
$$2P+1 \text{ o conjunto dos números ímpares} \tag{10}$$
$$\mathcal{P} \text{ o conjunto dos números primos} \tag{11}$$

(a) (V)[ ](F)[ ] *Se* $2\mathbf{N}$ *representar o conjunto dos números pares, então* $(2\mathbf{N})^{c}_{\mathbf{N}}$ *é o conjunto dos números primos* $\mathcal{P}$.

(b) (V)[ ](F)[ ] *Se* $2\mathbf{N}$ *representar o conjunto dos números pares, então* $(2\mathbf{N})^{c}_{\mathbf{N}} = P + 1$,

$P + 1$ *é o conjunto dos números ímpares.*

(c) (V)[ ](F)[ ] *Se* $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ *então*

$$A^{c}_{\mathbf{N}} = \{x; x \in \mathbf{N}; x > 10\} \tag{12}$$

(d) *(V)[ ](F)[ ]* *Se* $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ *então*

$$A^c_{\mathbf{N}} = \{x; x \in \mathbf{N}; x \geq 10\} \tag{13}$$

(e) *(V)[ ](F)[ ]* *Se* $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ *então*

$$(A)^c_{\mathbf{N}} = \{x; x \in \mathbf{N}; x < 10\} \tag{14}$$

5. *operações com conjuntos*

   Considere

$$A = \{x; x \in \mathbf{N}; x < 10\}; \tag{15}$$
$$B = \{x; x \in \mathbf{N}; x > 5\} = \{6, 7, 8, \dots\}; \tag{16}$$

(a) *(V)[ ](F)[ ]* $5 \in B$

(b) *(V)[ ](F)[ ]* *O conjunto* B *tem 5 elementos.*

(c) *(V)[ ](F)[ ]* *Os conjuntos* A, B *são conjuntos finitos.*

(d) *(V)[ ](F)[ ]* $A \cap B = \{x \in \mathbf{N}; 5 \leq x \leq 10\}$

(e) *(V)[ ](F)[ ]* $A \cap B = \{x \in \mathbf{N}; 6 \leq x \leq 9\}$

6. *propriedade das operações com conjuntos* *Considere os conjuntos assim definidos*

$$A = \{x; x \in \mathbf{N}; x < 10\}; \tag{17}$$
$$B = \{x; x \in \mathbf{N}; x > 5\}; \tag{18}$$
$$\mathcal{P}_{30} = \{x; x \text{ é primo}; x < 30\} \tag{19}$$

(a) *(V)[ ](F)[ ]* $A \cap \mathcal{P}_{30} = \{7, 9, 13, 17, 19, 23, 29\}$;

(b) *(V)[ ](F)[ ]* $A \cap \mathcal{P}_{30} = \{2, 3, 5, 7\}$.

(c) *(V)[ ](F)[ ]* $B \cap \mathcal{P}_{30} = \{7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$;

(d) *(V)[ ](F)[ ]* $\mathbf{N} \cap \mathcal{P}_{30} = \mathcal{P}_{30}$;

(e) *(V)[ ](F)[ ]* $A \cap B = B \cap A = \{6, 7, 8, 9\}$

7. *propriedade das operações com conjuntos*

$$A = \{x; x \in \mathbf{N}; x \leq 9\}; \tag{20}$$
$$B = \{x; x \in \mathbf{N}; x > 5\}; \tag{21}$$
$$\mathcal{P}_{30} = \{x; x \text{ é primo}; x < 30\}; \tag{22}$$
$$P = 2\mathbf{N} = \{x; x \in \mathbf{N}; x \text{ é par}\}; \tag{23}$$
$$P + 1 = 2\mathbf{N} + 1 = \{x; x \in \mathbf{N}; x \text{ é ímpar}\}; \tag{24}$$

(a) *(V)[ ](F)[ ]* $2\mathbf{N} \cap 2\mathbf{N} + 1 = \mathbf{N}$

(b) <u>*(V)[ ](F)[ ]*</u> $2\mathbf{N} \cup 2\mathbf{N}+1 = \mathbf{N}$

(c) <u>*(V)[ ](F)[ ]*</u> $2\mathbf{N} \cap 2\mathbf{N}+1 = \{\} = \emptyset$ *é o conjunto vazio.*

(d) <u>*(V)[ ](F)[ ]*</u> $(\mathcal{P}_{30} \cap A) \cap B = A \cap B$

(e) <u>*(V)[ ](F)[ ]*</u> $(\mathcal{P}_{30} \cap A) \cap B = \{x; x$ *é primo*$; 5 < x < 10\} = \{7\}$ *é um conjunto unitário.*

8. <u>*Análise Combinatória*</u>

1															
1	1														
1	2	1													
1	3	3	1												
1	4	6	4	1											
1	5	10	10	5	1										
1	6	15	20	15	6	1									
1	7	21	35	35	21	7	1								
1	8	28	56	70	56	28	8	1							
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1						
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1					
1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1				
1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1			
1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13	1		
1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91	14	1	
1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455	105	15	1

Figura 1: Triângulo de Pascal

$$A = \{x; x \in \mathbf{N}; x \leq 9\}; \tag{25}$$

$$B = \{x; x \in \mathbf{N}; x > 5\}; \tag{26}$$

$$\mathcal{P}_{30} = \{x; x \text{ é primo}; x < 30\}; \tag{27}$$

$$P = 2\mathbf{N} = \{x; x \in \mathbf{N}; x \text{ é par}\}; \tag{28}$$

$$P + 1 = 2\mathbf{N} + 1 = \{x; x \in \mathbf{N}; x \text{ é ímpar}\}; \tag{29}$$

A figura (fig. 1), página 5, contém as 16 primeiras linhas do chamado Triângulo de Pascal *que parece que já era conhecido dos chineses há seis mil anos atrás.*

(a) *(V)[ ](F)[ ] O conjunto B tem 14 subconjuntos unitários.*

(b) *(V)[ ](F)[ ] O conjunto A tem 45 subconjuntos com dois elementos e isto corresponde a* C_{10}^2

(c) *(V)[ ](F)[ ] O conjunto A tem 252 subconjuntos com cinco elementos e isto corresponde a* C_{10}^5

(d) *(V)[ ](F)[ ] O conjunto* $\mathcal{P}_{30}$ *tem mais de 120 subconjuntos com sete elementos e esta mesma quantidade de subconjuntos com 3 elementos.*

(e) *(V)[ ](F)[ ] O conjunto* $\mathcal{P}_{30}$ *tem* C_3^{10} *conjuntos com 3 elementos, eles representariam todas as combinações de números primos, tomados 3-a-3, menores que 30.*

9. Análise Combinatória *Considere o texto da questão na figura (fig. 2), página 7. Se o número TOTAl for 64, a criança designada para procurar as demais é*

(a) *(V)[ ](F)[ ] Ana*

(b) *(V)[ ](F)[ ] Beatriz*

(c) *(V)[ ](F)[ ] Carlos*

(d) *(V)[ ](F)[ ] Davi*

(e) *(V)[ ](F)[ ] Eduardo*

Enade 2014 questão 18

Em uma festa infantil, um grupo de 7 crianças — Ana, Beatriz, Carlos, Davi, Eduardo, Fernanda e Gabriela — reuniu-se próximo a uma mesa para brincar de "esconde-esconde", um jogo no qual uma criança é separada dos demais, que procuram locais para se esconder, sem que a escolhida as veja, pois essa tentará encontrá-las após algum tempo estabelecido previamente. Assim, era necessário escolher qual delas seria aquela que iria procurar todas as outras.

Para efetuar essa escolha, as crianças se dispuseram em um círculo na mesma ordem descrita anteriormente e, simultaneamente, mostraram um número de dedos das mãos. Os números de dedos mostrados foram somados, resultando em uma quantidade que vamos chamar de TOTAL. Ana começou a contar de 1 até o TOTAL, e, a cada número dito, apontava para uma criança da seguinte forma: 1 - Ana, 2 - Beatriz, 3 - Carlos, 4 - Davi, e assim por diante. Quando chegasse ao número TOTAL, a criança correspondente a esse número seria aquela que iria procurar as demais.

Figura 2: Uma questão do ENADE 2014

10. *<u>Análise Combinatória</u>*

Considere os seguintes conjuntos:

$$M = \{\}, N = \{\{\}\}, Q = \{0\} \tag{30}$$

(a) *(V)[ ](F)[ ]* $M = N$

(b) *(V)[ ](F)[ ]* $M \subset N$

(c) *(V)[ ](F)[ ] Os conjuntos* N, Q *são conjuntos unitários.*

(d) *(V)[ ](F)[ ]* $M \subset Q$

(e) *(V)[ ](F)[ ]* $N \subset Q$

11. *<u>Análise Combinatória</u>*

(a) *(V)[ ](F)[ ]*

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$11^k =$	1	11	121	1331	14641	161051	1771561	19487171

(b) *(V)[ ](F)[ ] As potências de 11 podem ser lidas ao longo das linhas do Triângulo de Pascal.*

(c) *(V)[ ](F)[ ] As potências de 11 podem ser lidas ao longo das linhas do Triângulo de Pascal se aplicarmos a regra de passagem para a casa seguinte da aritmética.*

(d) *(V)[ ](F)[ ] As potências de (a + 1) podem ser deduzidas das linhas do Triângulo de Pascal, por exemplo*

$$(a+1)^2 = 1 * a^2 + 2 * a + 1 * a^0$$

(e) *(V)[ ](F)[ ] As potências de (a + 1) podem ser deduzidas das linhas do Triângulo de Pascal, por exemplo*

$$(a+1)^3 = 1 * a^3 + 3 * a^2 + 3 * a + 1 * a^0$$